



भारतीय गणितीय परंपरा में दशगुणोत्तर संख्या-प्रणाली का तुलनात्मक अध्ययन

प्रो. दया शंकर तिवारी¹, हर्षित राय^{2*}

1. आचार्य, संस्कृत विभाग,
दिल्ली विश्वविद्यालय,

docdstiwari@yahoo.com

2*. शोधार्थी, संस्कृत विभाग,
दिल्ली विश्वविद्यालय,

raiharshit215@gmail.com

शोध-सारांशः

भारतीय गणितीय परंपरा में दशगुणोत्तर संख्या-प्रणाली¹ (Decimal Place-Value System) का विकास अत्यंत प्राचीन एवं सुव्यवस्थित रहा है, जिसका प्रमाण वैदिक एवं लौकिक ग्रंथों-जैसेयजुर्वेद, रामायण, आर्यभटीय, गणितसारसंग्रहतथालीलावती आदि ग्रंथोंमें उपलब्ध संख्या-संरचनाओं से स्पष्ट होता है। प्रस्तुत शोध-पत्र का मुख्य उद्देश्य इन विविध ग्रंथों में वर्णित दशगुणोत्तर संख्याओं का तुलनात्मक अध्ययन करते हुए उनकी संरचनात्मक समानताओं एवं भिन्नताओं का विश्लेषण करना तथा उनके आधार पर आधुनिक प्रचलित संख्या-प्रणाली के अनुरूप एक सर्वमान्य मानकीकरण की रूपरेखा प्रस्तुत करना है।

इस अध्ययन में पाठालोचनात्मक एवं तुलनात्मक पद्धतियों का समन्वित प्रयोग किया गया है, जिसके अंतर्गत चयनित ग्रंथों में वर्णित संख्या-नामों, उनके स्थान-मूल्य तथा दशगुणोत्तर क्रम का

¹दशगुणोत्तर संख्या-प्रणाली वह पद्धति है जिसमें प्रत्येक उच्चतर स्थान अपने निम्नतर स्थान से दस गुना अधिक होता है, अतः इसे दशमलव स्थानिक प्रणाली कहा जाता है।

विश्लेषण किया गया है। साथ ही, प्राचीन भारतीय संख्या-प्रणाली की आधुनिक भारतीय (लाख-करोड़) एवं अंतरराष्ट्रीय प्रणाली के साथ तुलनात्मक समीक्षा भी प्रस्तुत की गई है।

अध्ययन से यह स्पष्ट होता है कि यद्यपि विभिन्न ग्रंथों में संख्या-नामों में आंशिक विविधता विद्यमान है, तथापि उनकी आधारभूत दशगुणोत्तर संरचना में उल्लेखनीय सामंजस्य पाया जाता है। इसी आधार पर प्रस्तुत शोध एक समन्वित एवं तर्कसंगत संख्या-मानकीकरण मॉडल प्रस्तावित करता है, जो प्राचीन भारतीय ज्ञान-परंपरा को आधुनिक गणितीय व्यवहार से जोड़ने में सहायक सिद्ध हो सकता है। यह अध्ययन न केवल भारतीय गणितीय विरासत की वैज्ञानिकता को रेखांकित करता है, बल्कि समकालीन गणितीय शिक्षण एवं अनुसंधान के लिए भी एक नवीन दृष्टिकोण प्रदान करता है।

कूट-शब्द:

दशगुणोत्तर संख्या-प्रणाली, भारतीय गणितीय परंपरा, स्थान-मूल्य प्रणाली, तुलनात्मक अध्ययन, संख्या-मानकीकरण, वैदिक एवं लौकिक ग्रंथ।

1. परिचय एवं ऐतिहासिक परिप्रेक्ष्य:

भारतीय गणितीय परंपरा विश्व की प्राचीनतम एवं समृद्ध ज्ञान-परंपराओं में से एक है, जिसका विकास सहस्राब्दियों के दीर्घ कालखंड में क्रमशः हुआ है। इस परंपरा की एक विशिष्ट एवं अत्यंत महत्वपूर्ण उपलब्धि दशगुणोत्तर संख्या-प्रणाली है, जिसे आधुनिक विद्वानों द्वारा प्रायः “हिंदू-अरबी संख्या-प्रणाली” के रूप में भी अभिहित किया जाता है। यह प्रणाली न केवल संख्याओं के निरूपण की दृष्टि से क्रांतिकारी सिद्ध हुई, अपितु इसके अंतर्गत विकसित स्थान-मूल्य की संकल्पना तथा शून्य का सिद्धांत आधुनिक गणित की आधारशिला के रूप में प्रतिष्ठित हुए हैं।

भारतीय गणितीय चिंतन का प्रारंभ वैदिक साहित्य में निहित है, जहाँ गणित का स्वरूप मुख्यतः यज्ञीय अनुष्ठानों, ज्यामितीय विन्यासों तथा दैनिक जीवन की आवश्यकताओं से संबद्ध था।

विशेषतः यजुर्वेद तथा शुल्बसूत्रों में संख्याओं एवं मापन की जो परंपरा विकसित हुई, उसने आगे चलकर व्यवस्थित गणितीय संरचनाओं का रूप धारण किया। वैदिक काल से लेकर उत्तरवर्ती शास्त्रीय काल तक भारतीय गणितज्ञों ने न केवल संख्याओं के प्रयोग को परिष्कृत किया, बल्कि गणितीय चिंतन को दार्शनिक एवं वैज्ञानिक आयामों से भी समन्वित किया।

इस परंपरा का एक उल्लेखनीय पक्ष यह है कि संख्याओं को अभिव्यक्त करने हेतु केवल प्रतीकों का ही नहीं, अपितु भाषिक एवं सांस्कृतिक साधनों का भी व्यापक उपयोग हुआ। भूत-संख्यापद्धति में वस्तुओं, प्रतीकों एवं संज्ञाओं के माध्यम से संख्याओं का निरूपण किया जाता था-जैसे 'नेत्र' शब्द द्वारा 'द्वि' का बोध। इससे स्पष्ट होता है कि भारतीय गणितीय परंपरा में संख्यात्मक ज्ञान केवल तकनीकी नहीं, अपितु सांस्कृतिक एवं साहित्यिक अभिव्यक्ति से भी गहरे रूप में संबद्ध था।

समय के साथ यह संख्या-प्रणाली अत्यंत विकसित एवं संरचित होती गई। वैदिक काल की प्रारंभिक गणनात्मक विधियों से आगे बढ़ते हुए शास्त्रीय ग्रंथों-जैसे आर्यभटीय, गणितसारसंग्रह तथा लीलावती आदि ग्रंथों में दशगुणोत्तर संख्याओं का अधिक सुव्यवस्थित एवं परिभाषित रूप प्राप्त होता है। इन ग्रंथों में न केवल बड़ी संख्याओं के नामों का विस्तृत निरूपण मिलता है, बल्कि उनके स्थान-मूल्य एवं गणनात्मक प्रयोग का भी स्पष्ट विवरण प्राप्त होता है।

यद्यपि इन विभिन्न ग्रंथों में दशगुणोत्तर संख्याओं की मूल संरचना में पर्याप्त साम्य दृष्टिगोचर होता है, तथापि उनके नामकरण, क्रम एवं प्रयोग में आंशिक भिन्नताएँ भी विद्यमान हैं। यही तथ्य इस अध्ययन की मूल प्रेरणा प्रदान करता है, जिसके अंतर्गत इन विविध स्रोतों का तुलनात्मक विश्लेषण कर उनकी अंतर्निहित एकरूपता तथा विविधता का सम्यक् परीक्षण किया जाएगा, तथा अंततः आधुनिक संख्या-प्रणाली के संदर्भ में एक संगत एवं सर्वमान्य मानकीकरण की रूपरेखा प्रस्तुत की जाएगी।

2. शोध की आवश्यकता एवं उद्देश्य:

भारतीय गणितीय परंपरा में दशगुणोत्तर संख्या-प्रणाली का उल्लेख अनेक वैदिक एवं शास्त्रीय ग्रंथों-जैसेयजुर्वेद, आर्यभटीय, गणितसारसंग्रहतथालीलावती आदि ग्रंथों में प्राप्त होता है, किन्तु इन स्रोतों का अध्ययन प्रायः पृथक-पृथक रूप में ही किया गया है। विभिन्न ग्रंथों में वर्णित दशगुणोत्तर संख्याओं के नाम, क्रम एवं स्थान-मूल्य में विद्यमान समानताओं एवं भिन्नताओं का एकीकृत तुलनात्मक विश्लेषण अभी तक व्यवस्थित रूप से प्रस्तुत नहीं किया गया है। साथ ही, प्राचीन भारतीय संख्या-प्रणाली एवं आधुनिक भारतीय तथा अंतरराष्ट्रीय संख्या-प्रणालियों के मध्य सुसंगत सामंजस्य स्थापित करने का प्रयास भी सीमित रहा है।

इन्हीं संदर्भों में प्रस्तुत शोध का उद्देश्य प्रमुख भारतीय गणितीय ग्रंथों में वर्णित दशगुणोत्तर संख्याओं का संग्रह एवं विश्लेषण करते हुए उनके तुलनात्मक अध्ययन के माध्यम से उनकी संरचनात्मक विशेषताओं को स्पष्ट करना तथा आधुनिक संदर्भ में एक तर्कसंगत एवं सर्वमान्य संख्या-मानकीकरण की रूपरेखा प्रस्तुत करना है। यह अध्ययन न केवल प्राचीन भारतीय गणितीय परंपरा की वैज्ञानिकता को पुनर्स्थापित करने का प्रयास करता है, बल्कि उसे समकालीन गणितीय प्रयोग एवं शिक्षण के साथ भी सार्थक रूप से जोड़ने का लक्ष्य रखता है।

3. शोध पद्धति:

प्रस्तुत शोध में दशगुणोत्तर संख्या-प्रणाली के अध्ययन हेतु पाठालोचनात्मक एवं तुलनात्मक पद्धतियों का उपयोग किया गया है। इसके अंतर्गत यजुर्वेद, रामायण, आर्यभटीय, गणितसारसंग्रहतथालीलावती आदि ग्रंथों में वर्णित संख्या-नामों एवं स्थान-मूल्य का विश्लेषण कर उनकी समानताओं एवं भिन्नताओं का तुलनात्मक परीक्षण किया गया है। साथ ही, इन निष्कर्षों का आधुनिक संख्या-प्रणाली के साथ सामंजस्य स्थापित करते हुए मानकीकरण की रूपरेखा प्रस्तुत की गई है।

4. भारतीय गणित में दशगुणोत्तर संख्याएँ:

भारतीय गणितीय परंपरा की आधारभूमि वैदिक साहित्य में निहित है, जहाँ गणितीय चिंतन का विकास धार्मिक अनुष्ठानों, यज्ञीय विन्यासों तथा दैनिक जीवन की आवश्यकताओं के संदर्भ में हुआ। वैदिक कालमें संख्याओं का प्रयोग प्रारंभ में सरल गणनात्मक आवश्यकताओं तक सीमित था, किन्तु कालान्तर में यह प्रणाली अत्यंत परिष्कृत एवं संरचित रूप धारण करती गई। इस परंपरा की विशेषता यह रही कि गणित, दर्शन और धर्म परस्पर अभिन्न रूप से संबद्ध थे।

4.1 वैदिक साहित्य में दशगुणोत्तर संख्या-प्रणाली

4.1.1 यजुर्वेद में दशगुणोत्तर संख्याएँ:

वैदिक साहित्य में दशगुणोत्तर संख्या-प्रणाली के प्रारंभिक एवं सुव्यवस्थित संकेत विशेषतः यजुर्वेद (अध्याय 17, मंत्र 2) में प्राप्त होते हैं, जहाँ 10^0 से 10^{12} तक की संख्याओं का क्रमिक निरूपण मिलता है। यह तथ्य इस बात का प्रमाण है कि वैदिक काल में बड़ी संख्याओं के लिए एक सुविचारित एवं क्रमबद्ध नामकरण-पद्धति विद्यमान थी।

यजुर्वेद में संख्याओं का उल्लेख निम्नलिखित रूप में प्राप्त होता है-

इमा मेऽग्न इष्टका धेनवः सन्त्वेका च दश च दश च शतं च शतं च सहस्रं च सहस्रं चायुतं चायुतं च
नियुतं च नियुतं च प्रयुतं च अर्बुदं च न्यर्बुदं च समुद्रश्च मध्यं चान्तश्च परार्धश्च। एता मेऽग्न इष्टका
धेनवः सन्त्वमुष्मिन् लोके॥²

उपर्युक्त संज्ञाओं का परीक्षण करने पर स्पष्ट होता है कि ये सभी संख्याएँ दशगुणोत्तर क्रम का अनुसरण करती हैं। प्रत्येक अगली संख्या अपने पूर्ववर्ती पद का दस गुना है, जो दशाधारित (base-10) गणना-पद्धति की स्पष्ट पुष्टि करता है। विशेष रूप से, 10^6 के बाद भी संख्याओं के लिए विशिष्ट संज्ञाओं का निरूपण यह दर्शाता है कि वैदिक ऋषियों को अत्यंत बड़ी संख्याओं की संकल्पना का ज्ञान था।

²यजुर्वेद 17.2

यजुर्वेद (17.2) के अनुसार दशगुणोत्तर संख्या-सारणी-

घात (10 ⁿ)	संख्यात्मक मान	संज्ञा
10 ⁰	1	एक
10 ¹	10	दश
10 ²	100	शत
10 ³	1,000	सहस्र
10 ⁴	10,000	अयुत
10 ⁵	1,00,000	नियुत
10 ⁶	10,00,000	प्रयुत
10 ⁷	1,00,00,000	अर्बुद
10 ⁸	10,00,00,000	न्यर्बुद
10 ⁹	1,00,00,00,000	समुद्र
10 ¹⁰	10,00,00,00,000	मध्य
10 ¹¹	1,00,00,00,00,000	अन्त
10 ¹²	10,00,00,00,00,000	परार्द्ध

4.2 रामायण में दशगुणोत्तर संख्या-प्रणाली:

भारतीय साहित्य में संख्याओं के व्यापक एवं संरचित प्रयोग का एक महत्वपूर्ण उदाहरणवाल्मीकि रामायणके युद्धकाण्ड (सर्ग 28, श्लोक 33-43) में प्राप्त होता है। यहाँ वानर-सेना की विशालता को व्यक्त करने के लिए अत्यंत उच्च कोटि की संख्याओं का प्रयोग किया गया है, जो दशगुणोत्तर एवं बहुगुणात्मकसंख्या-निर्माण की विकसित परंपरा को प्रदर्शित करता है-

शतं शतसहस्राणां कोटिमाहुर्मनीषिणः ।

शतं कोटिसहस्राणां शंख इत्यभिधीयते ॥

शतं शंखसहस्राणां महाशंख इति स्मृतः ।

महाशंखसहस्राणां शतं वृन्दमिहोच्यते ॥

शतं वृन्दसहस्राणां महावृन्दमिति स्मृतम् ।

महावृन्दसहस्राणां शतं पद्ममिहोच्यते ॥

शतं पद्मसहस्राणां महापद्ममिति स्मृतम् ।

महापद्मसहस्राणां शतं खर्वमिहोच्यते ॥

शतं खर्वसहस्राणां महाखर्वमिति स्मृतम् ।

महाखर्वसहस्राणां समुद्रमभिधीयते ॥

शतं समुद्रसहस्राणां ओघ इत्यभिधीयते ।

शतमोघसहस्राणां महौघमिति विश्रुतः ॥³

इन श्लोकों में संख्या-निर्माण की जो पद्धति प्रस्तुत की गई है, वह केवल दशगुणोत्तर ही नहीं, बल्कि संयोजित गुणात्मक है। प्रत्येक उच्चतर संख्या पूर्ववर्ती संख्या के “सहस्र” (1000) के गुणन तथा “शत” (100) के संयोजन से निर्मित होती है। इस प्रकार यह प्रणाली केवल 10^n के सरल क्रम तक सीमित नहीं, बल्कि बड़े स्तर पर संख्या-स्तरीकरण को भी स्पष्ट करती है।

³वाल्मीकि रामायणयुद्धकाण्ड सर्ग 28, श्लोक 33-43

यहाँ यह भी ध्यान देने योग्य है कि रामायण में प्रयुक्त संख्याएँ केवल गणितीय अभिव्यक्ति नहीं, बल्कि विशालता के प्रतीकात्मक वर्णन के रूप में भी प्रयुक्त हुई हैं।

इकाई/गणना	संज्ञा	गणितीय मान (घात)
1 कोटि	कोटि	10^7
10^5 कोटि	शंख	10^{12}
10^5 शंख	महाशंख	10^{17}
10^5 महाशंख	वृन्द	10^{22}
10^5 वृन्द	महावृन्द	10^{27}
10^5 महावृन्द	पद्म	10^{32}
10^5 पद्म	महापद्म	10^{37}
10^5 महापद्म	खर्व	10^{42}

इकाई/गणना	संज्ञा	गणितीय मान (घात)
10^5 खर्व	महाखर्व	10^{47}
10^3 महाखर्व	समुद्र	10^{50}
10^5 समुद्र (ओघ)	महौघ	10^{55}

रामायण में वर्णित संख्या-प्रणाली यह दर्शाती है कि भारतीय परंपरा में केवल दशगुणोत्तर क्रम ही नहीं, बल्कि उससे आगे बढ़कर बहुस्तरीय एवं पदानुक्रमित संख्या-निर्माण का भी विकास हुआ था। यह प्रणाली न केवल गणितीय दृष्टि से महत्वपूर्ण है, बल्कि साहित्यिक एवं सांस्कृतिक संदर्भों में भी संख्याओं के प्रयोग की व्यापकता को प्रदर्शित करती है।

4.3 आर्यभटीय में दशगुणोत्तर संख्या-प्रणाली:

आर्यभट्ट ने आर्यभटीयम् में दशगुणोत्तर संख्याओं को स्पष्ट करते हुए कहा है-

एकं दश च शतं च सहस्रं त्वयुत नियुते तथा प्रयुतम् ।

कोट्यर्बुदं च वृन्दं स्थानात् स्थानं दशगुणं स्यात् ॥⁴

एक, दस, सौ, हजार, अयुत, नियुत, प्रयुत, कोटि, अर्बुद तथा वृन्द-इन संख्याओं में प्रत्येक अगली संख्या अपने पूर्ववर्ती स्थान से दस गुना होती है; अर्थात् प्रत्येक स्थान पर संख्या दशगुणोत्तर रूप में बढ़ती है।

⁴आर्यभटीयम्, गणितपाद, सूत्र-2

यह श्लोक दशगुणोत्तर संख्या-प्रणाली के सिद्धांत को अत्यंत स्पष्ट एवं वैज्ञानिक रूप से प्रस्तुत करता है। यहाँ “स्थानात् स्थानं दशगुणं स्यात्” कथन विशेष रूप से महत्वपूर्ण है, जो आधुनिकस्थानिक संख्या-पद्धति⁵का मूल सिद्धांत है। इससे यह सिद्ध होता है कि प्रत्येक स्थान का मान उसके पूर्ववर्ती स्थान का दस गुना होता है-यही सिद्धांत आज के दशमलव संख्या-प्रणाली का आधार है। यजुर्वेदिक परंपरा की तुलना में यहाँ संख्या-प्रणाली अधिक व्यवस्थित, सुस्पष्ट एवं गणितीय रूप से परिभाषित रूप में प्रस्तुत हुई है।

दशगुणोत्तर संख्या-सारणी (आर्यभटीयम्)-

घात (10 ⁿ)	संख्यात्मक मान	संज्ञा
10 ⁰	1	एक
10 ¹	10	दश
10 ²	100	शत
10 ³	1,000	सहस्र
10 ⁴	10,000	अयुत
10 ⁵	1,00,000	नियुत
10 ⁶	10,00,000	प्रयुत
10 ⁷	1,00,00,000	कोटि

⁵स्थानिक संख्या-पद्धति वह पद्धति है जिसमें अंक का वास्तविक मान उसकी स्थिति के अनुसार निर्धारित होता है।

घात (10n)	संख्यात्मक मान	संज्ञा
10 ⁸	10,00,00,000	अर्बुद
10 ⁹	1,00,00,00,000	वृन्द

आर्यभटीय में प्रस्तुत दशगुणोत्तर प्रणाली भारतीय गणितीय परंपरा का अत्यंत परिपक्व एवं वैज्ञानिक रूप है। यहाँ न केवल संख्या-नामों का क्रमबद्ध निरूपण किया गया है, बल्कि उनके पीछे निहित स्थानका सिद्धांत भी स्पष्ट रूप से प्रतिपादित किया गया है।

यह प्रणाली आधुनिक दशमलव संख्या-प्रणाली के साथ प्रत्यक्ष साम्य स्थापित करती है, जिससे यह निष्कर्ष निकलता है कि भारतीय गणितज्ञों ने बहुत पहले ही इस वैज्ञानिक अवधारणा को विकसित कर लिया था।

4.4 ब्रह्माण्ड पुराण में दशगुणोत्तर संख्या-प्रणाली:

ब्रह्माण्ड पुराण में वर्णित दशगुणोत्तर संख्या-प्रणाली के अनुसार -

एकं दशं शतं चैव सहस्रमयुतं तथा।

लक्षं च नियुतं चैव कोटिरर्बुदमेव च॥

वृन्दं खर्वो निखर्वश्च शंखः पद्मं च सागरः।

अन्त्यं मध्यं परार्द्धं च दशवृद्ध्या यथाक्रमम्॥⁶

एक, दस, सौ, हजार, अयुत, लक्ष, नियुत, कोटि, अर्बुद, वृन्द, खर्व, निखर्व, शंख, पद्म, सागर, अन्त्य, मध्य और परार्द्धये सभी संख्याएँ क्रमशः दशगुणोत्तर वृद्धि (प्रत्येक अगले पद में दस गुना वृद्धि) के अनुसार व्यवस्थित हैं।

⁶ब्रह्माण्ड पुराण, 3.2.92-93

ब्रह्माण्ड पुराण में दशगुणोत्तर संख्या-प्रणाली अत्यंत विस्तृत एवं विकसित रूप में प्रस्तुत होती है। यहाँ विशेष रूप से “दशवृद्ध्या यथाक्रमम्” वाक्यांश महत्वपूर्ण है, जो यह स्पष्ट करता है कि संपूर्ण संख्या-क्रम दशाधारित वृद्धि का अनुसरण करता है। इस ग्रंथ की विशेषता यह है कि इसमें संख्या-नामों का विस्तार अत्यधिक दूर तक (परार्द्ध तक) किया गया है, जो प्राचीन भारतीय चिंतन में अत्यंत विशाल संख्याओं के व्यवस्थित ज्ञान को दर्शाता है। यह प्रणाली वैदिक एवं आर्यभटीय परंपरा की निरंतरता को और अधिक व्यापक रूप में विकसित करती है।

दशगुणोत्तर संख्या-सारणी (ब्रह्माण्ड पुराण)-

घात (10 ⁿ)	संख्यात्मक मान	संज्ञा
10 ⁰	1	एक
10 ¹	10	दश
10 ²	100	शत
10 ³	1,000	सहस्र
10 ⁴	10,000	अयुत
10 ⁵	1,00,000	लक्ष
10 ⁶	10,00,000	नियुत
10 ⁷	1,00,00,000	कोटि
10 ⁸	10,00,00,000	अर्बुद

घात (10n)	संख्यात्मक मान	संज्ञा
10 ⁹	1,00,00,00,000	वृन्द
10 ¹⁰	10,00,00,00,000	खर्व
10 ¹¹	1,00,00,00,00,000	निखर्व
10 ¹²	10,00,00,00,00,000	शंख
10 ¹³	1,00,00,00,00,00,000	पद्म
10 ¹⁴	10,00,00,00,00,00,000	सागर
10 ¹⁵	1,00,00,00,00,00,00,000	अन्त्य
10 ¹⁶	10,00,00,00,00,00,00,000	मध्य
10 ¹⁷	1,00,00,00,00,00,00,00,000	परार्द्ध

4.5 लीलावती में दशगुणोत्तर संख्या-प्रणाली:

भास्कराचार्य नेलीलावतीमें दशगुणोत्तर संख्याओं को स्पष्ट करते हुए कहा है -

एकदशशतसहस्रायुतलक्षप्रयुतकोटयः अर्बुदमब्जं क्रमशः।

खर्वनिखर्वमहापद्माशङ्कवस्तस्मात्॥

जलधिश्चान्त्यं मध्यं परार्धमिति दशगुणोत्तराः संज्ञाः।

संख्यायाः स्थानानां व्यवहारार्थं कृताः पूर्वैः॥⁷

एक, दस, सौ, हजार, अयुत, लक्ष, प्रयुत, कोटि, अर्बुद, अब्ज, खर्व, निखर्व, महापद्म, शंख, जलधि, अन्त्य, मध्य तथा परार्ध-ये सभी संख्याएँ क्रमशः दशगुणोत्तर वृद्धि से निर्मित हैं। इन संज्ञाओं का निर्माण आचार्यों द्वारा व्यवहार (व्यावहारिक उपयोग) के लिए किया गया है।

लीलावती में दशगुणोत्तर संख्या-प्रणाली अत्यंत व्यवस्थित, विस्तृत एवं व्यावहारिक रूप में प्रस्तुत होती है। यहाँ न केवल संख्या-क्रम दिया गया है, बल्कि यह भी स्पष्ट किया गया है कि ये संज्ञाएँ “व्यवहारार्थम्” अर्थात् व्यावहारिक गणना के लिए निर्मित हैं। इस ग्रंथ की विशेषता यह है कि यह पूर्ववर्ती परंपराओं (वैदिक, पुराणिक एवं आर्यभटीय) का समन्वय करते हुए संख्या-प्रणाली को और अधिक विस्तृत तथा सुव्यवस्थित रूप में प्रस्तुत करता है। “अब्ज”, “महापद्म”, “जलधि” आदि संज्ञाएँ इस प्रणाली के विस्तार को दर्शाती हैं।

दशगुणोत्तर संख्या-सारणी (लीलावती)-

घात (10 ⁿ)	संख्यात्मक मान	संज्ञा
10 ⁰	1	एक
10 ¹	10	दश
10 ²	100	शत
10 ³	1,000	सहस्र
10 ⁴	10,000	अयुत

⁷लीलावती, संख्यास्थानानि, सूत्र-12

घात (10n)	संख्यात्मक मान	संज्ञा
10 ⁵	1,00,000	लक्ष
10 ⁶	10,00,000	प्रयुत
10 ⁷	1,00,00,000	कोटि
10 ⁸	10,00,00,000	अर्बुद
10 ⁹	1,00,00,00,000	अब्ज
10 ¹⁰	10,00,00,00,000	खर्व
10 ¹¹	1,00,00,00,00,000	निखर्व
10 ¹²	10,00,00,00,00,000	महापद्म
10 ¹³	1,00,00,00,00,00,000	शंख
10 ¹⁴	10,00,00,00,00,00,000	जलधि
10 ¹⁵	1,00,00,00,00,00,00,000	अन्त्य
10 ¹⁶	10,00,00,00,00,00,00,000	मध्य
10 ¹⁷	1,00,00,00,00,00,00,00,000	परार्द्ध

4.6 त्रिशतिका में दशगुणोत्तर संख्या-प्रणाली:

श्रीधराचार्य ने त्रिशतिका में दशगुणोत्तर संख्याओं को स्पष्ट करते हुए कहा है -

एकं दश शतमस्मात् सहस्रमयुतं ततः परं लक्षम् ।

प्रयुतं कोटिमथार्बुदमब्जं खर्वं निखर्वं च ॥

तस्मान्महासरोजं शंकुं सरितां पतिं ततस्त्वन्त्यम्।

मध्यं परार्धमाहुर्यथोत्तरं दशगुणाः संज्ञाः ॥⁸

एक, दश, शत के पश्चात् सहस्र, अयुत, लक्ष, प्रयुत, कोटि, अर्बुद, अब्ज, खर्व और निखर्व आते हैं। इसके आगे महासरोज, शंकु, सरितांपति (समुद्र), अन्त्य, मध्य तथा परार्द्ध-ये सभी संख्याएँ क्रमशः दशगुणोत्तर वृद्धि के अनुसार व्यवस्थित हैं।

त्रिशतिका में दशगुणोत्तर संख्या-प्रणाली का अत्यंत विकसित एवं विस्तृत स्वरूप प्राप्त होता है। “यथोत्तरं दशगुणाः संज्ञाः” कथन यह स्पष्ट करता है कि प्रत्येक अगली संख्या अपने पूर्ववर्ती से दस गुना है, जो स्थान-मूल्य प्रणालीका मूल सिद्धांत है। इस ग्रंथ की विशेषता यह है कि यह संख्या-क्रम को अत्यंत उच्च स्तर (परार्द्ध तक) ले जाता है तथा “महासरोज”, “शंकु” एवं “सरितांपति” जैसे विशिष्ट पदों के माध्यम से संख्या-विस्तार की समृद्ध परंपरा को दर्शाता है। यह लीलावती एवं पौराणिक परंपरा के साथ स्पष्ट साम्य भी स्थापित करता है।

दशगुणोत्तर संख्या-सारणी (त्रिशतिका)-

घात (10 ⁿ)	संख्यात्मक मान	संज्ञा
10 ⁰	1	एक
10 ¹	10	दश
10 ²	100	शत

⁸त्रिशतिका, सूत्र 2-3

घात (10n)	संख्यात्मक मान	संज्ञा
10 ³	1,000	सहस्र
10 ⁴	10,000	अयुत
10 ⁵	1,00,000	लक्ष
10 ⁶	10,00,000	प्रयुत
10 ⁷	1,00,00,000	कोटि
10 ⁸	10,00,00,000	अर्बुद
10 ⁹	1,00,00,00,000	अब्ज
10 ¹⁰	10,00,00,00,000	खर्व
10 ¹¹	1,00,00,00,00,000	निखर्व
10 ¹²	10,00,00,00,00,000	महासरोज
10 ¹³	1,00,00,00,00,00,000	शंकु
10 ¹⁴	10,00,00,00,00,00,000	समुद्र (सरितांपति)
10 ¹⁵	1,00,00,00,00,00,00,000	अन्त्य
10 ¹⁶	10,00,00,00,00,00,00,000	मध्य
10 ¹⁷	1,00,00,00,00,00,00,00,000	परार्द्ध

4.7 गणितसारसंग्रह में विस्तृत दशगुणोत्तर संख्या-प्रणाली:

महावीराचार्य ने दशगुणोत्तर संख्याओं को बताते हुए कहा है -

एकं तु प्रथमस्थानं द्वितीयं दशसंज्ञिकम् ।

तृतीयं शतमित्याहुः चतुर्थं तु सहस्रकम् ॥

पञ्चमं दशसाहसं षष्ठं स्याद् लक्षमेव च ।

सप्तमं दशलक्षं तु अष्टमं कोटिरुच्यते ॥

नवमं दशकोट्यस्तु दशमं शतकोटयः ।

अर्बुदं रुद्रसंयुक्तं न्यर्बुदं द्वादशं भवेत् ॥

खर्वं त्रयोदशस्थानं महाखर्वं चतुर्दशम् ।

पद्मं पञ्चदशं चैव महापद्मं तु षोडशम् ॥

क्षोणी सप्तदशं चैव महाक्षोणी दशाष्टकम् ।

शङ्खं नवदशं स्थानं महाशङ्खं तु विंशकम् ॥

क्षित्यैकविंशतिस्थानं महाक्षित्याद्विंशकम् ।

त्रिविंशकमथ क्षोभं महाक्षोभं चतुर्विंशकम् ॥⁹

संख्या-स्थानों का क्रम इस प्रकार है-

प्रथम स्थान एक, द्वितीय दश, तृतीय शत, चतुर्थ सहस्र, पंचम दशसहस्र, षष्ठ लक्ष, सप्तम दशलक्ष, अष्टम कोटि, नवम दशकोटि, दशम शतकोटि, इसके आगे अर्बुद, न्यर्बुद, खर्व, महाखर्व, पद्म, महापद्म, क्षोणी, महाक्षोणी, शंख, महाशंख, क्षिति, महाक्षिति, क्षोभ तथा महाक्षोभ- ये सभी क्रमशः

⁹गणितसारसंग्रह, सूत्र 63-68

दशगुणोत्तर वृद्धि के अनुसार स्थित हैं। यहाँ गणितसारसंग्रह में दशगुणोत्तर संख्या-प्रणाली का अत्यंत विकसित एवं उच्चस्तरीय स्वरूप प्राप्त होता है। इस श्लोक की विशेषता यह है कि यह केवल संख्या-नामों का उल्लेख नहीं करता, बल्कि उन्हें “स्थान” के रूप में व्यवस्थित करता है। यह स्पष्ट रूप से आधुनिक स्थानिक संख्या पद्धति की अवधारणा से मेल खाता है, जहाँ प्रत्येक स्थान का मान उसके पूर्ववर्ती स्थान से दस गुना होता है। विशेषतः 10^{20} से आगे तक की संख्याओं (महाशंख, क्षिति, क्षोभ आदि) का उल्लेख यह दर्शाता है कि भारतीय गणितज्ञों ने अत्यंत विशाल संख्याओं के लिए भी व्यवस्थित नामकरण विकसित किया था।

दशगुणोत्तर संख्या-सारणी (गणितसारसंग्रह)-

घात (10^n)	संख्यात्मक मान	संज्ञा
10^0	1	एक
10^1	10	दश
10^2	100	शत
10^3	1,000	सहस्र
10^4	10,000	दशसहस्र
10^5	1,00,000	लक्ष
10^6	10,00,000	दशलक्ष
10^7	1,00,00,000	कोटि
10^8	10,00,00,000	दशकोटि

घात (10n)	संख्यात्मक मान	संज्ञा
10 ⁹	1,00,00,00,000	शतकोटि
10 ¹⁰	10,00,00,00,000	अर्बुद
10 ¹¹	1,00,00,00,00,000	न्यर्बुद
10 ¹²	10,00,00,00,00,000	खर्व
10 ¹³	1,00,00,00,00,00,000	महाखर्व
10 ¹⁴	10,00,00,00,00,00,000	पद्म
10 ¹⁵	1,00,00,00,00,00,00,000	महापद्म
10 ¹⁶	10,00,00,00,00,00,00,000	क्षोणी
10 ¹⁷	1,00,00,00,00,00,00,00,000	महाक्षो णी
10 ¹⁸	1,00,00,00,00,00,00,00,00,00	शंख
10 ¹⁹	1,00,00,00,00,00,00,00,00,000	महाशंख
10 ²⁰	1,00,00,00,00,00,00,00,00,00,00	क्षिति
10 ²¹	1,00,00,00,00,00,00,00,00,00,000	महाक्षि ति

घात (10n)	संख्यात्मक मान	संज्ञा
10 ²²	1,00,00,00,00,00,00,00,00,00,00,00	क्षोभ
10 ²³	1,00,00,00,00,00,00,00,00,00,00,000	महाक्षोभ

5. वैश्विक प्रसार और प्रभाव:

भारतीय दशगुणोत्तर संख्या-प्रणाली का वैश्विक प्रसार मुख्यतः इस्लामिक विश्व के माध्यम से हुआ। 9वीं शताब्दी में, अल-खवारिज्मी नामक अरब गणितज्ञ ने इस प्रणाली पर एक पुस्तक लिखी, जिसका शीर्षक "अल-किताब अल-मुख्तसर फी हिसाब अल-जबर वाल-मुकाबला" था। यह कार्य "एल्गोरिज्म"¹⁰ शब्द का मूल स्रोत है, जो अल-खवारिज्मी का लैटिन रूपांतरण है।

फिबोनाची ने 13वीं शताब्दी में यूरोप में दशमलव प्रणाली को लोकप्रिय बनाया। उनकी प्रसिद्ध पुस्तक "लिबर अबाची" में भारतीय-अरबी संख्या प्रणाली का विस्तृत विवरण दिया गया। इस कार्य ने यूरोप में गणितीय विचार में क्रांति ला दी और आधुनिक गणना के तरीकों को स्थापित किया।

यह महत्वपूर्ण है कि दशगुणोत्तर संख्या-प्रणाली ने न केवल गणना को आसान बनाया, बल्कि बीजगणित, गणना और संख्या सिद्धांत जैसी उन्नत गणितीय शाखाओं के विकास में भी महत्वपूर्ण भूमिका निभाई। आधुनिक प्रौद्योगिकी, जिसमें कंप्यूटर और कैलकुलेटर शामिल हैं, दशगुणोत्तर संख्या-प्रणाली के बिना संभव ही नहीं होते।

6. आधुनिक गणितीय संख्या-प्रणाली, तुलनात्मक विश्लेषण एवं मानकीकरण

प्रस्ताव:

¹⁰एल्गोरिद्म वह क्रमिक एवं निश्चित निर्देशों का समूह है, जिसके द्वारा किसी समस्या का समाधान चरणबद्ध रूप से किया जाता है।

वर्तमान वैश्विक गणितीय परिप्रेक्ष्य में दशमलव स्थान-मूल्य प्रणाली (Decimal Place-Value System) सर्वमान्य एवं सार्वभौमिक रूप से स्वीकृत संख्या-प्रणाली है, जिसका आधार 10 (base-10) पर स्थित है। इस प्रणाली में प्रत्येक अंक का मान उसके स्थान के अनुसार निर्धारित होता है, जहाँ प्रत्येक उच्चतर स्थान अपने पूर्ववर्ती स्थान से दशगुणित होता है। आधुनिक गणित में यह प्रणाली न केवल सैद्धांतिक रूप से, बल्कि वैज्ञानिक, तकनीकी तथा व्यावहारिक सभी क्षेत्रों में व्यापक रूप से प्रयुक्त होती है। वर्तमान में इसके दो प्रमुख रूप प्रचलित हैं-भारतीय प्रणाली, जिसमें “लक्ष” एवं “कोटि” जैसे पदों का प्रयोग होता है, तथा अंतरराष्ट्रीय प्रणाली, जिसमें “million”, “billion”, “trillion” आदि संज्ञाएँ प्रयुक्त होती हैं। यद्यपि दोनों प्रणालियों का आधार समान है, तथापि उनके नामकरण एवं संख्या-समूह में भिन्नता पाई जाती है।

यदि इस आधुनिक प्रणाली की तुलना भारतीय गणितीय परंपरा के ग्रंथों-जैसेयजुर्वेद, आर्यभटीय, लीलावती तथा गणितसारसंग्रह आदिसे की जाए, तो यह स्पष्ट होता है कि इन सभी में दशगुणोत्तर सिद्धांत का आश्चर्यजनक रूप से एकसमान प्रतिपादन मिलता है। “स्थानात् स्थानं दशगुणम्” अथवा “यथोत्तरं दशगुणाः” जैसे कथन इस बात के प्रत्यक्ष प्रमाण हैं कि भारतीय गणितज्ञों ने स्थान-मूल्य प्रणाली के सिद्धांत को अत्यंत प्राचीन काल में ही समझ लिया था। तथापि, विभिन्न ग्रंथों में संख्या-नामों की विविधता तथा उनके क्रम में आंशिक भिन्नता पाई जाती है, जिससे एक सर्वमान्य नामकरण-पद्धति का अभाव दृष्टिगोचर होता है। दूसरी ओर, आधुनिक अंतरराष्ट्रीय प्रणाली में नामकरण की एकरूपता एवं वैश्विक स्वीकृति तो है, किन्तु उसमें भारतीय परंपरा की समृद्ध शब्दावली एवं ऐतिहासिक निरंतरता का अभाव है।

इसी संदर्भ में एक समन्वित एवं वैज्ञानिक मानकीकरण की आवश्यकता अनुभव होती है, जो दोनों परंपराओं के गुणों का संतुलित समावेश कर सके। प्रस्तुत अध्ययन के आधार पर यह प्रस्तावित किया जा सकता है कि आधुनिक गणितीय व्यवहार के लिए दशमलव स्थान-मूल्य प्रणाली को ही आधारभूत संरचना के रूप में स्वीकार किया जाए, क्योंकि यह वैज्ञानिक दृष्टि से सर्वाधिक उपयुक्त

एवं वैश्विक रूप से स्वीकृत है। इसके साथ ही, 10^6 (million) के ऊपर की संख्याओं के लिए अंतरराष्ट्रीय नामकरण-पद्धति को प्राथमिकता दी जानी चाहिए, ताकि वैश्विक संचार एवं वैज्ञानिक प्रयोग में एकरूपता बनी रहे; परन्तु समानांतर रूप से भारतीय पारंपरिक संज्ञाओं-जैसे कोटि, अर्बुद, पद्म आदि-को सहायक रूप में संरक्षित एवं संदर्भित किया जाना चाहिए, जिससे सांस्कृतिक निरंतरता एवं ऐतिहासिक परंपरा का संरक्षण संभव हो सके।

मानकीकृत संख्या-प्रणाली-

घात (10 ⁿ)	आधुनिक (International System)	भारतीय पारंपरिक संज्ञा	प्रस्तावित मानक (Recommended Usage)
10 ⁰	One	एक	One / एक
10 ¹	Ten	दश	Ten / दश
10 ²	Hundred	शत	Hundred / शत
10 ³	Thousand	सहस्र	Thousand / सहस्र
10 ⁵	Hundred Thousand	लक्ष	Lakṣa (Indian Context)
10 ⁶	Million	प्रयुत	Million (Primary)
10 ⁷	Ten Million	कोटि	Crore / 10 Million
10 ⁹	Billion	अर्बुद / अब्ज	Billion (Primary)
10 ¹²	Trillion	खर्व / पद्म	Trillion (Primary)

घात (10n)	आधुनिक (International System)	भारतीय पारंपरिक संज्ञा	प्रस्तावित मानक (Recommended Usage)
10 ¹⁵	Quadrillion	अन्त्य / धुन	Quadrillion
10 ¹⁸	Quintillion	परार्द्ध	Quintillion

7. निष्कर्ष

भारतीय गणितीय परंपरा में दशगुणोत्तर संख्या-प्रणाली का विकास मानव सभ्यता के इतिहास में एक महत्वपूर्ण मोड़ था। वैदिक काल से लेकर शास्त्रीय काल तक, भारतीय गणितज्ञों ने न केवल एक कुशल संख्या-प्रणाली विकसित की, बल्कि शून्य की अवधारणा और स्थानीय मान-प्रणाली के सिद्धांतों को भी स्थापित किया। ये आविष्कार विश्व के गणितीय विचार को परिभाषित करते हैं।

तुलनात्मक विश्लेषण से यह स्पष्ट होता है कि भारतीय दशगुणोत्तर संख्या-प्रणाली ईजिप्ट, बेबीलोन, ग्रीस और रोम की संख्या-प्रणालियों की तुलना में अधिक उन्नत और कुशल थी। इसकी सार्वभौमिक लागूता और अंकगणितीय दक्षता ने इसे विश्व की सबसे प्रभावशाली संख्या-प्रणाली बना दिया। अंतिम विश्लेषण यह दर्शाता है कि भारतीय दशगुणोत्तर संख्या-प्रणाली केवल एक गणितीय आविष्कार नहीं है, बल्कि यह भारतीय सभ्यता के दार्शनिक, वैज्ञानिक और सांस्कृतिक विचार का एक परिणाम है। इसका वैश्विक प्रभाव और आधुनिक प्रौद्योगिकी पर निर्भरता इसे मानव इतिहास की सबसे महत्वपूर्ण खोजों में से एक बनाती है।

निष्कर्ष रूप में कहा जा सकता है कि एक ऐसी समन्वित संख्या-प्रणाली, जो संरचनात्मक रूप से दशगुणोत्तरहो, नामकरण की दृष्टि से अंतरराष्ट्रीय मानकों के अनुरूप हो, तथा सांस्कृतिक स्तर पर भारतीय परंपरा को भी समाहित करे, वर्तमान एवं भविष्य के गणितीय प्रयोग के लिए सर्वाधिक उपयुक्त एवं सर्वमान्य सिद्ध हो सकती है। यह न केवल गणितीय शिक्षण एवं अनुसंधान को अधिक

सुसंगत बनाएगी, बल्कि भारतीय गणितीय विरासत को वैश्विक परिप्रेक्ष्य में पुनर्स्थापित करने की दिशा में भी एक महत्वपूर्ण कदम सिद्ध होगी।

8. सन्दर्भ-ग्रन्थ-सूची

1. आर्यभट. (1976). *आर्यभटीयम्* (के. एस. शुक्ल एवं के. वी. शर्मा, संपा.). भारतीय राष्ट्रीय विज्ञान अकादमी (INSA). (मूल कार्य 499 ई. के आसपास प्रकाशित)।
2. महावीराचार्य. (1963). *गणितसारसंग्रह* (लक्ष्मीचन्द्र जैन, संपा. एवं अनु.). जीवराज जैन ग्रन्थमाला।
3. भास्कराचार्य. (1986). *लीलावती* (लखन लाल झा, संपा. एवं अनु.). चौखम्बा विद्या भवन।
4. रामायण. (2001). *श्रीमद्वाल्मीकीय रामायण (सटीक)* (भाग 1-2). गीता प्रेस।
5. श्रीधराचार्य. (1959). *त्रिशतिका* (सुधाकर द्विवेदी, संपा.). बनारस संस्कृत सीरीज।
6. शुक्ल यजुर्वेद. (2010). *शुक्ल यजुर्वेद संहिता (वाजसनेयि-माध्यन्दिन)* (जगदीश लाल शास्त्री, संपा.). मोतीलाल बनारसीदास।
7. ब्रह्माण्ड पुराण. (1983). *ब्रह्माण्ड पुराण* (जे. एल. शास्त्री, संपा.). मोतीलाल बनारसीदास।
8. दत्त, बी. बी., एवं सिंह, ए. एन. (2001). *हिस्ट्री ऑफ हिन्दू मैथमेटिक्स* (भाग 1 और 2). एशिया पब्लिशिंग हाउस. (पुनर्मुद्रित संस्करण, मोतीलाल बनारसीदास)।

द्वितीयक स्रोत

1. पुले, जी. (1933). *द आर्यभटीय ऑफ आर्यभट: एन एंशिपेंट इंडियन वर्क ऑन मैथमेटिक्स एंड एस्ट्रोनॉमी*. शिकागो यूनिवर्सिटी प्रेस.
2. रंगाचार्य, एम. (1912). *द गणित-सार-संग्रह ऑफ महावीराचार्य* (अंग्रेजी अनुवाद एवं टिप्पणियां). मद्रास गवर्नमेंट प्रेस.

3. सरस्वती, ए. (2007). *ज्योमेट्री इन एंशिअंट एंड मेडिएवल इंडिया*. मोतीलाल बनारसीदास. (दिल्ली).
4. द्विवेदी, सुधाकर (सम्पा.). (1899). *त्रिशतिका*. वाराणसी: चौखम्बा संस्कृत सीरीज़।
5. रामानुजाचार्य, एन., एवं केये, जी. आर. (1912–1913). *श्रीधराचार्य की त्रिशतिका*. लाइपज़िग (जर्मनी): प्रकाशक अज्ञात, पृ. 203–217।
6. कृष्णस्वामी अय्यंगार, ए. ए. (1945). *भारत के गणितीय अतीत की झलक*. मद्रास: विश्वविद्यालय प्रकाशन।
7. स्मिथ, डी. ई. (1958). *गणित का इतिहास* (खण्ड 1–2). न्यूयॉर्क: डोवर पब्लिकेशन्स।
8. कूलिज, जे. एल. (1963). *ज्यामितीय विधियों का इतिहास*. न्यूयॉर्क: डोवर पब्लिकेशन्स।
9. ईव्स, एच. (1969). *गणित के इतिहास का परिचय* (तृतीय संस्करण). न्यूयॉर्क: होल्ट, राइनहार्ट एवं विंस्टन।
10. उपाध्याय, बी. (1971). *प्राचीन भारतीय गणित*. दिल्ली: विज्ञान भारती।
11. बन्धु, वी. (1976). *वैदिक शब्दानुक्रमणिका*. होशियारपुर: विश्वेश्वरानन्द वैदिक शोध संस्थान।
12. अम्मा, टी. ए. एस. (1977). *प्राचीन एवं मध्यकालीन भारत में ज्यामिति*. दिल्ली: मोतीलाल बनारसीदास।
13. बाग, ए. के. (1979). *प्राचीन एवं मध्यकालीन भारत में गणित*. वाराणसी: चौखम्बा ओरिएण्टलिया।
14. मैकडॉनेल, ए. ए., एवं कीथ, ए. बी. (1982). *वैदिक नाम एवं विषय अनुक्रमणिका* (खण्ड 1–2). दिल्ली: मोतीलाल बनारसीदास।
15. गुप्ता, आर. सी. (1987). श्रीधर की तिथि पर अध्ययन. *गणित भारती*, 9, 54–56।
16. पाठक, एस. डी. (2003). श्रीधर का काल एवं कृतियाँ. *गणित भारती*, 25, 146–149।

17. सुद्युम्न आचार्य. (2004). *त्रिशतिका अथवा पाटीगणितसार*. नई दिल्ली: राष्ट्रीय संस्कृत संस्थान (केन्द्रीय संस्कृत विश्वविद्यालय)।
18. दत्त, बी., एवं सिंह, ए. एन. (2004). *हिन्दू गणित का इतिहास* (खण्ड 1-2). दिल्ली: भारतीय कला प्रकाशन।
19. तीर्थ, बी. के. (2005). *वैदिक गणित*. दिल्ली: मोतीलाल बनारसीदास।
20. सुद्युम्नाचार्य. (2006). *गणित शास्त्र के विकास की भारतीय परम्परा*. दिल्ली: मोतीलाल बनारसीदास।
21. प्लोफकर, के. (2007). *भारत में गणित*. प्रिन्सटन (अमेरिका): प्रिन्सटन यूनिवर्सिटी प्रेस।
22. आचार्य, बी. (2008). *गणित का इतिहास*. नई दिल्ली: वाणी प्रकाशन।
23. डु सोटोय, एम. (2008). *गणित की कहानी*. लंदन: बीबीसी; ऑक्सफोर्ड: ऑक्सफोर्ड यूनिवर्सिटी प्रेस।
24. सिंघल, वी. (2014). *सभी आयु वर्गों के लिए वैदिक गणित*. दिल्ली: मोतीलाल बनारसीदास।
25. हीरूर, डी., एवं वेणुगोपाल. (2015). *श्रीधर की त्रिशतिका अथवा पाटीगणितसार*. केरल: चिन्मय इंटरनेशनल फाउंडेशन शोध संस्थान।
26. तिवारी, डी. एस. (2019). *संस्कृत वाङ्मय में गणितीय परम्परा*. दिल्ली: चौखम्बा ओरिएण्टलिया।

डिजिटल एवं वेब स्रोत

1. इंटरनेट आर्काइव. डिजिटल लाइब्रेरी ऑफ इंडिया: संस्कृत साइंटिफिक टेक्स्ट्स. <https://archive.org/> से प्राप्त.
2. राष्ट्रीय पांडुलिपि मिशन. (2025). *वैदिक एवं वैज्ञानिक पांडुलिपियों का डेटाबेस*. <https://www.namami.gov.in/>